Reconstrucción*

Justin Romberg

Translated By:

Fara Meza

Erika Jackson

Based on *Reconstruction*† by

Justin Romberg

This work is produced by OpenStax-CNX and licensed under the
Creative Commons Attribution License 2.0‡

Abstract

Este modulo describe la reconstrucción (también conocida como interpolación).

1 Introduction

El proceso de reconstrucción empieza tomando una señal muestreada, que estará en tiempo discreto, y haciendo unas operaciones para poder convertirla en tiempo-continuo y con algo de suerte en una copia de la señal original. Un método básico usado para reconstruir una señal limitada en banda de $[-\pi, \pi]$ de sus muestras en los enteros es hacer los siguientes pasos:

- cambiar muestra de la secuencia $f_s[n]$ en un tren de impulso $f_{\text{imp}}(t)$
- filtro pasa bajas $f_{\text{imp}}(t)$ para obtener la reconstrucción $\widetilde{f}(t)$ (freq. $= \pi$)

*Version 1.2: Sep 2, 2005 2:40 pm +0000

†http://cnx.org/content/m10788/2.5/

‡http://creativecommons.org/licenses/by/2.0/

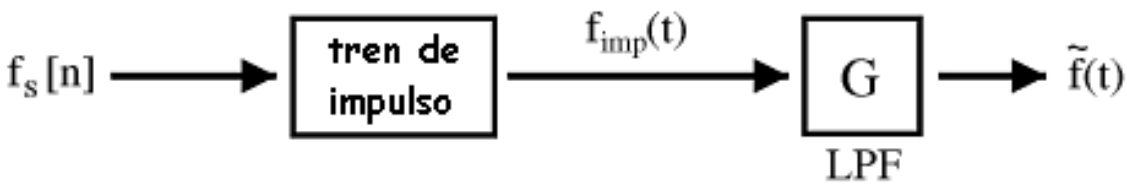


Figure 1: Diagrama de bloque de reconstrucción con el filtro pasa bajas (lowpass filter (LPF)).

La respuesta al impulso del filtro pasa bajas es $g(t)$. La siguiente ecuación nos permite reconstruir nuestra señal (Figure 2), $\widetilde{f}(t)$.

$$\begin{aligned} \widetilde{f}(t) &= g(t) f_{\text{imp}}(t) \\ &= g(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_s[n] \delta(t-n) \\ &= \widetilde{f}(t) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_s[n] (g(t) \delta(t-n)) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_s[n] g(t-n) \end{aligned} \tag{1}$$

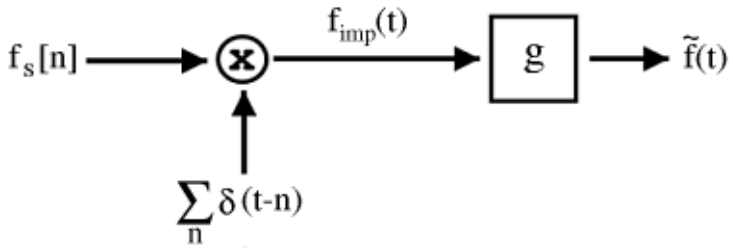


Figure 2

1.1 Ejemplos de Filtros g

Example 1: Filtros de Orden Cero

Este tipo de "filtro" es uno de los más básicos en los filtros de reconstrucción. Este simplemente mantiene el valor que esta en el $f_s[n]$ para τ segundos. Esto crea un bloque o pasos como función donde cada valor del pulso en $f_s[n]$ es simplemente arrastrado al siguiente pulso. La siguiente ecuación y la ilustración Figure 3 representan como el filtro de reconstrucción funciona con la

siguiente g:

$$g(t) = \begin{cases} 1 & \text{if} \quad 0 < t < \tau \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$f_s[n] = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_s[n]\, g(t-n) \tag{2}$$

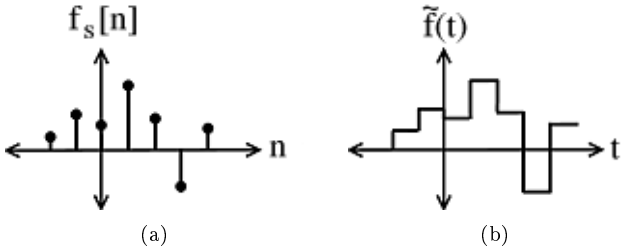
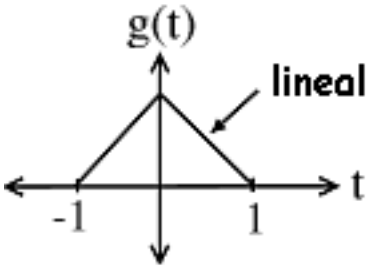


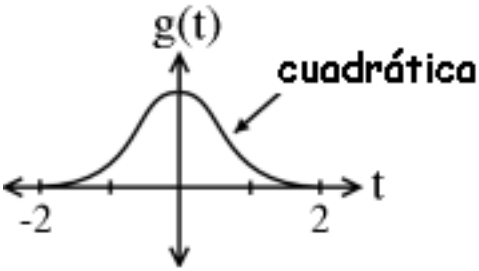
Figure 3: Mantiene el Orden Cero

NOTE: ¿Cómo es que $\widetilde{f}(t)$ reconstruida con orden cero se compara con la original $f(t)$ en el domionio de frecuencia?

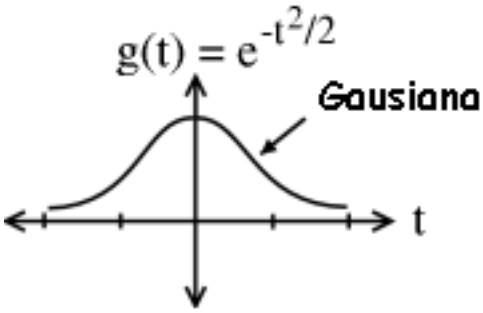
Example 2: Orden N-esimo
Aquí veremos algunos ejemplos rápidos de la varianza del filtro de orden cero visto en el ejemplo anterior.



(a)



(b)



(c)

Figure 4: Ejemplo de N-esimo Orden (n-esimo orden es igual a un B-spline de n-esimo orden) (a) Primer Orden (b) Segundo Orden (c) Orden ∞

2 Último Filtro de Reconstrucción

NOTE: ¿Cúal es el último filtro de reconstrucción?

Recordando que (Figure 5)

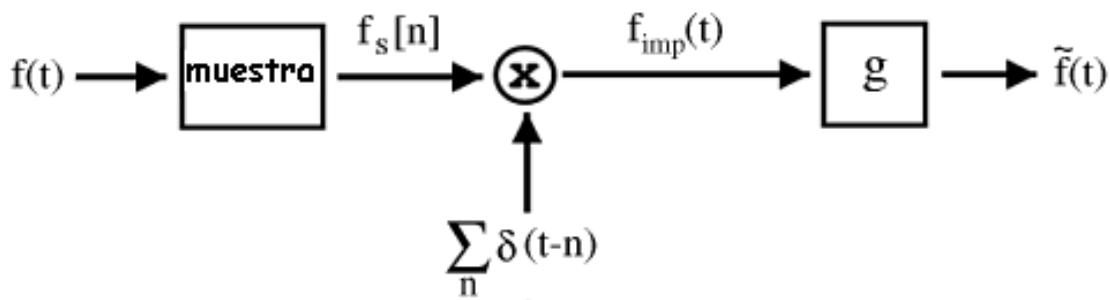


Figure 5: Diagrama de bloque de nuestra reconstrucción. Notese que cada una de estas señales tiene su propia CTFT o DTFT correspondiente.

Si $G(i\omega)$ tiene la siguiente forma (Figure 6):

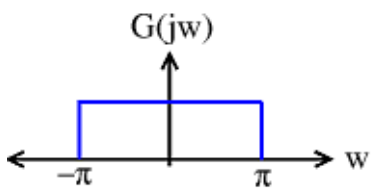


Figure 6: Filtro pasa baja ideal

entonces

$$\tilde{f}(t) = f(t)$$

Por lo tanto,¡un filtro pasa baja ideal nos dara una reconstrucción perfecta!

En el dominio en el tiempo, la respuesta al impulso

$$g(t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi t} \tag{3}$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}(t) &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_s[n]\, g(t-n) \\ &= \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_s[n] \frac{\sin(\pi(t-n))}{\pi(t-n)} \\ &= f(t) \end{aligned} \tag{4}$$

3 Conclusiones sorprendentes

Si $f(t)$ es limitado en banda a $[-\pi, \pi]$, puede ser reconstruido perfectamente de su muestra en lo enteros $f_s[n] = f(t)|_{t=n}$

$$f(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} f_s[n] \frac{\sin(\pi(t-n))}{\pi(t-n)} \tag{5}$$

La ecuación anterior para una reconstrucción perfecta merece una mirada más cercana[1], que se verá en la siguiente sección para un mejor entendimiento de la recostrucción. Aquí estan algunas cosas para empezar a pensar en ellas por ahorita:

- ¿ Que $\frac{\sin(\pi(t-n))}{\pi(t-n)}$ iguala a los enteros diferentes a n?
- ¿Cúal es el soporte de $\frac{\sin(\pi(t-n))}{\pi(t-n)}$?

[1] "Más sobre Reconstrucción Perfecta" <http://cnx.org/content/m12970/latest/>