

ALIASING*

Justin Romberg
Don Johnson

Translated By:
Fara Meza
Erika Jackson

Based on *Aliasing*[†] by
Justin Romberg
Don Johnson

This work is produced by The Connexions Project and licensed under the
Creative Commons Attribution License [‡]

Abstract

Este modulo introduce la de idea de aliasing (algunos autores lo traducen como solapamiento) y da ejemplos de problemas de muestreo y reconstrucción.

1 Introducción

Cuando consideramos la reconstrucción¹ de una señal, usted ya debe de estar familiarizado con la idea de el valor de Nyquist. ² Este concepto nos permite encontrar el valor de muestreo que nos dara una reconstrucción perfecta de nuestra señal. Si nosotros muestreamos en un valor muy bajo (abajo del valor de Nyquist), entonces surgirán problemas para hacer una reconstrucción perfecta imposible-este problema es cocido como **aliasing** (algunos autores traducen este término como solapamiento). Aliasing ocurre cuando hay un traslapo en el desplazamiento, copias periódicas en nuestra señal FT, es decir espectro.

En el dominio de frecuencia, notaremos que parte de la señal se trasladara con la señal siguiente a él. En este solapamiento los valores de la frecuencia serán sumados juntos y la forma del espectro de la señal será indeseablemente alterado. Este solapamiento o aliasing hace posible determinar correctamente la fuerza de la frecuencia. La Figure 1 nos da un ejemplo visual de este fenómeno:

*Version 1.3: Dec 12, 2006 3:33 pm -0600

[†]<http://cnx.org/content/m10793/2.5/>

[‡]<http://creativecommons.org/licenses/by/2.0/>

¹"Reconstrucción" <<http://cnx.org/content/m12969/latest/>>

²"Teorema de Nyquist" <<http://cnx.org/content/m12971/latest/>>

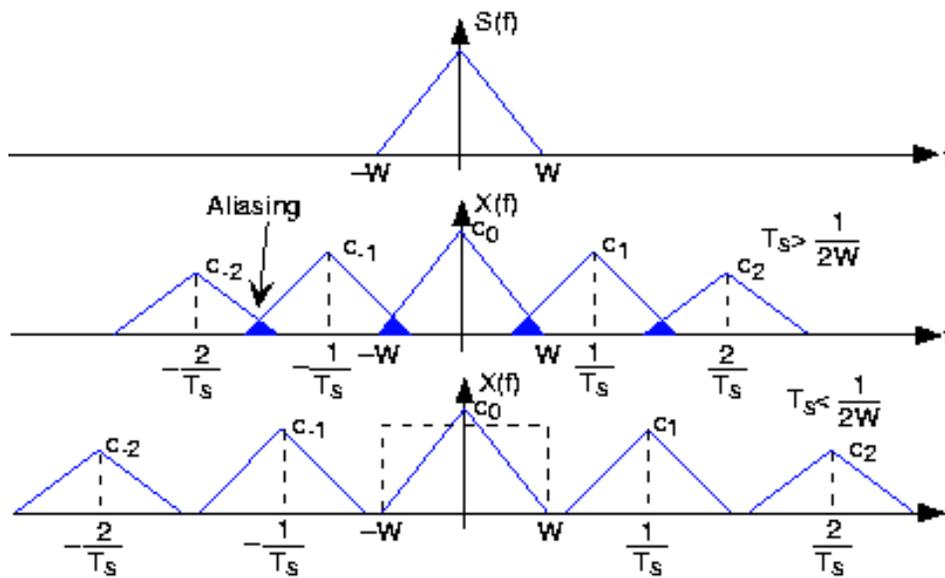


Figure 1: El espectro de una señal limitada en banda (a W Hz) es mostrada arriba en la gráfica. Si el intervalo muestreado T_s es elegida demasiado grande relativo con el ancho de banda W , el aliasing ocurrira. En la gráfica de la parte de abajo, el intervalo muestreado es elegido suficientemente pequeño para evitar el aliasing. Note que si la señal no fuera limitada en banda, el componente del espectro siempre sería traslapado.

2 Aliasing y Muestreo

Si muestreamos demasiado lento, es decir,

$$\forall T > \frac{\pi}{\Omega_B} : (\Omega_s < 2\Omega_B)$$

No podemos recuperar la señal de su muestra debido al aliasing.

Example 1

Sea $f_1(t)$ tiene CTFT.

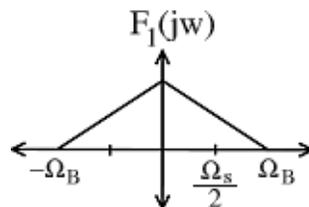


Figure 2: En esta figura, note la siguiente ecuación: $\Omega_B - \frac{\Omega_s}{2} = a$

Sea $f_2(t)$ tiene CTFT.

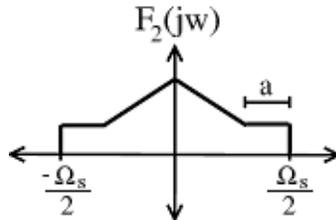


Figure 3: Las porciones originales de la señal resultan del solapamiento con replicas desplazadas mostrando la demostración visual del aliasing.

Trate de bosquejar y resolver las siguientes ecuaciones por su cuenta:

- ¿Qué es lo que hace la DTFT de $f_{1,s}[n] = f_1(nT)$?
- ¿Qué es lo que hace la DTFT de $f_{2,s}[n] = f_2(nT)$?
- ¿Alguna otra señal tiene la misma DTFT como $f_{1,s}[n]$ y $f_{2,s}[n]$?

CONCLUSIÓN: Si muestreamos debajo de la frecuencia de Nyquist, hay muchas señales que pueden producir la secuencia dada de la muestra.

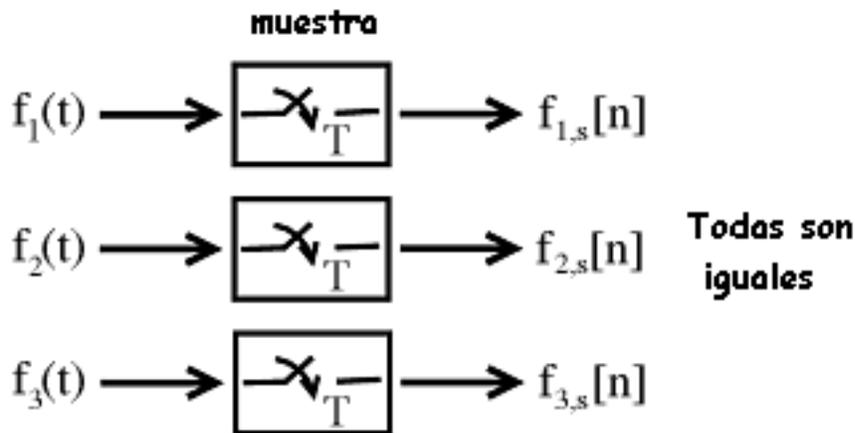


Figure 4: Todas son iguales

¿Por qué el término "aliasing"? Por que la misma muestra de secuencia puede ser representada por diferentes señales CT (en comparación a cuando muestreamos la frecuencia de Nyquist anterior, entonces la secuencia muestra representa una señal CT única).

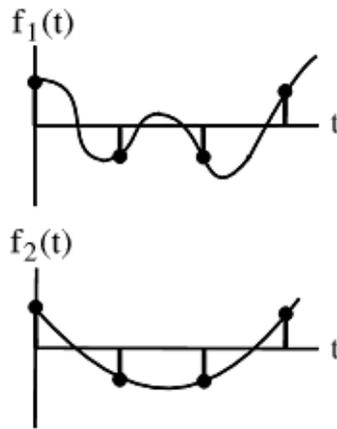


Figure 5: Estas dos señales contienen las mismas cuatro muestras, con todo son señales muy diferentes.

Example 2

$$f(t) = \cos(2\pi t)$$

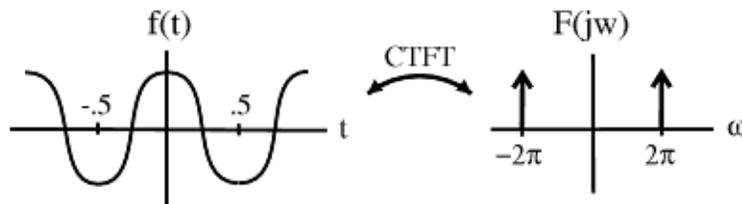


Figure 6: La figura muestra la función coseno, $f(t) = \cos(2\pi t)$, y su CTFT.

Caso 1: Muestra $\Omega_s = (8\pi) \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \Rightarrow T = \frac{1}{4} \text{seg.}$

NOTE: $\Omega_s > 2\Omega_B$

Caso 2: Muestra $\frac{\omega}{\Omega_s} = (\frac{8}{3}\pi) \frac{\text{rad}}{\text{seg}} \Rightarrow T = \frac{3}{4} \text{seg.}$

NOTE: $\Omega_s < 2\Omega_B$

Cuando corremos la DTFT del Caso #2 a través de los pasos de reconstrucción, nos damos cuenta que terminamos con el siguiente coseno:

$$\tilde{f}(t) = \cos\left(\frac{\pi}{2}t\right)$$

Esta es una versión "estrecha" de la versión original. Claramente nuestro valor de muestra no fue lo suficientemente alto para asegurar la reconstrucción correcta de las muestras.

Probablemente ya habra visto algunos efectos del aliasing tal como: una rueda del carro que da vuelta al revés en una película occidental. Aquí hay algunas ligas³ que ilustran dicho efecto, de bajo muestreo y

³<http://flowers.ofthenight.org/wagonWheel>

aliasing. Este es un ejemplo de una imagen que tiene artefactos de Moire ⁴ como resultado de una escaneada a una frecuencia muy baja.

⁴<http://www.dvp.co.il/filter/moire.html>