Algebra van die vier basiese operasies*

Siyavula Uploaders

1 WISKUNDE

2 Graad 9

3 ALGEBRA EN MEETKUNDE

4 Module 6

5 ALGEBRA VAN DIE VIER BASIESE OPERASIES

5.1 Aktiwiteit 1

5.2 Om die optelling– en aftrekkingsreëls van algebra te hersien

5.3 [LU 1.2, 1.6]

A Onthou jy nog wat **terme** is?

- Terme word deur + of – geskei. Sê in elk van die volgende hoeveel terme daar is:

1. a + 5
2. $2a^2$
3. 5a(a+1)
4. $\frac{3a-1}{a^2} + 5a$

- Versamel die *gelyksoortige* terme om elk van die volgende uitdrukkings te vereenvoudig:

1. 5a + 2a
2. $2a^2 + 3a - a^2$
3. 3x – 6 + x + 11
4. $2a(a-1) - 2a^2$

B **Optel van uitdrukkings**

- Voorbeeld:

*Version 1.1: Aug 17, 2009 8:17 am -0500
†http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/

Tel $3x + 4$ by $x + 5$. $(x + 5) + (3x + 4)$ Skryf as som, met hakies.
$x + 5 + 3x + 4$ Verwyder hakies versigtig.
$4x + 9$ Versamel gelyksoortige terme.
Tel die twee gegewe uitdrukkings bymekaar:

1. $7a + 3$ en $a + 2$
2. $5x - 2$ en $6 - 3x$
3. $x + \frac{1}{2}$ en $4x - 3\frac{1}{2}$
4. $a^2 + 2a + 6$ en $a - 3 + a^2$
5. $4a^2 - a - 3$ en $1 + 3a - 5a^2$

C **Aftrek van uitdrukkings**

- Bestudeer die volgende voorbeelde sorgvuldig:

Trek $3x - 5$ van $7x + 2$ af.
$(7x + 2) - (3x - 5)$ Let op: $3x - 5$ is in tweede posisie, na die minus.
$7x + 2 - 3x + 5$ Die minus voor die hakie maak 'n verskil!
$4x + 7$ Versamel gelyksoortige terme.
Bereken $5a - 1$ minus $7a + 12$: $(5a - 1) - (7a + 12)$
$5a - 1 - 7a - 12$
$-2a - 13$

D **Gemengde probleme**

- Onthou om jou antwoorde volledig te vereenvoudig in die volgende oefening:

1. Tel $2a - 1$ by $5a + 2$.
2. Vind die som van $6x + 5$ en $2 - 3x$.
3. Wat is $3a - 2a^2$ plus $a^2 - 6a$?
4. $(x^2 + x) + (x + x^2) = \ldots$
5. Bereken $(3a - 5) - (a - 2)$.
6. Trek $12a + 2$ van $1 + 7a$ af.
7. Hoeveel is $4x^2 + 4x$ <u>minder</u> as $6x^2 - 13x$?
8. Hoeveel is $4x^2 + 4x$ <u>meer</u> as $6x^2 - 13x$?
9. Wat is die verskil tussen $8x + 3$ en $2x + 1$?

- Gebruik geskikte tegnieke om die volgende uitdrukkings te vereenvoudig:

1. $x^2 + 5x^2 - 3x + 7x - 2 + 8$
2. $7a^2 - 12a + 2a^2 - 5 + a - 3$
3. $(a^2 - 4) + (5a + 3) + (7a^2 + 4a)$
4. $(2x - x^2) - (4x^2 - 12) - (3x - 5)$
5. $(x^2 + 5x^2 - 3x) + (7x - 2 + 8)$
6. $7a^2 - (12a + 2a^2 - 5) + a - 3$
7. $(a^2 - 4) + 5a + 3 + (7a^2 + 4a)$
8. $(2x - x^2) - 4x^2 - 12 - (3x - 5)$
9. $x^2 + 5x^2 - 3x + (7x - 2 + 8)$
10. $7a^2 - 12a + 2a^2 - (5 + a - 3)$
11. $a^2 - 4 + 5a + 3 + 7a^2 + 4a$
12. $(2x - x^2) - [(4x^2 - 12) - (3x - 5)]$

- Hier is die antwoorde op die vorige 12 probleme:

1. $6x^2 + 4x + 6$
   2. $9a^2 – 11a – 8$
   3. $8a^2 + 9a – 1$
   4. $– 5x^2 – x + 17$
   5. $6x^2 + 4x + 6$
   6. $5a^2 – 11a + 2$
   7. $8a^2 + 9a – 1$
   8. $– 5x^2 – x – 7$
   9. $6x^2 + 4x + 6$
   10. $9a^2 – 13a – 2$
   11. $8a^2 + 9a – 1$
   12. $– 5x^2 + 5x + 7$

5.4 Aktiwiteit 2

5.5 Om sekere polinome (veelterme) te vermenigvuldig deur hakies en die distributiewe wet te gebruik

5.6 [LU 1.2, 1.6, 2.7]

'n *Mono*miaal het *een* term; 'n *bi*nomiaal het *twee* terme; 'n *tri*nomiaal het *drie* terme. Ons noem hulle dikwels eenterme, tweeterme en drieterme.

A **Vermenigvuldiging van eenterme**.

Ons gebruik dikwels hakies.

- Voorbeelde:

$2a \times 5a = 10a^2$

$3a^3 \times 2a \times 4a^2 = 24\ a^6$

$4ab \times 9a^2 \times (–2a) \times b = –36a^4b^2$

$a \times 2a \times 4 \times (3a^2)^3 = a \times 2a \times 4 \times 3a^2 \times 3a^2 \times 3a^2 = 126a^8$

$(2ab^2)^3 \times (a^2bc)^2 \times (2bc)^2 = (2ab^2)\ (2ab^2)\ (2ab^2) \times (a^2bc)\ (a^2bc) \times (2bc)\ (2bc) = 32a^7b^{10}c^4$

Maak altyd seker dat jou antwoord in die eenvoudigste vorm is.

Oefening:

1. $(3x)\ (5x^2)$

1. $(x^3)\ (–2x)$
2. $(2x)^2\ (4)$
3. $(ax)^2\ (bx^2)\ (cx^2)^2$

B **Eenterm $\times$ tweeterm**

Hakies is noodsaaklik.

- Voorbeelde:

$5(2a + 1)$ beteken: vermenigvuldig 5 met 2a en ook met 1. $5\ (2a + 1) = 10a + 5$

Wees baie versigtig om nie tekenfoute te maak nie.

$4a(2a + 1) = 8a + 4a$

$–5a(2a + 1) = –10a^2 – 5a$

$a^2(–3a^2 – 2a) = –3a^4 – 2a^3$

$–7a(2a – 3) = –14a^2 + 21a$

Let op: Ons het 'n uitdrukking met *faktore* verander na 'n uitdrukking met *terme*. Ons kan ook sê: 'n P*rodukuitdrukking* is nou 'n *somuitdrukking*.

Oefening:

1. $3x\ (2x + 4)$

1. $x^2\ (5x - 2)$
2. $-4x\ (x^2 - 3x)$
3. $(3a + 3a^2)\ (3a)$

C **Eenterm × drieterm**

- Voorbeelde:

$5a(5 + 2a - a^2) = 25a + 10a^2 - 5a^3$
$-\frac{1}{2}\,(10x^5 + 2a^4 - 8a^3) = -\,5x^5 - a^4 + 4a^3$
Oefening:

1. $3x\ (2x^2 - x + 2)$
2. $-ab^2\ (-bc + 3abc - a^2c)$
3. $12a\ (\ \frac{1}{4} + 2a + \frac{1}{2}\,a^2)$

Probeer: 4. $4x\ (5 - 2x + 4x^2 - 3x^3 + x^4)$
D **Tweeterm × tweeterm**
Elke term van die eerste tweeterm word vermenigvuldig met *elke term* van die tweede tweeterm.
$(3x + 2)\ (5x + 4) = (3x)(5x) + (3x)(4) + (2)(5x) + (2)(4) = 15x^2 + 12x + 10x + 8$
$= 15x^2 + 22x + 8$ Maak altyd seker dat jou antwoord vereenvoudig is.

- Hierdie katgesiggie sal jou help onthou hoe om twee tweeterme te vermenigvuldig:

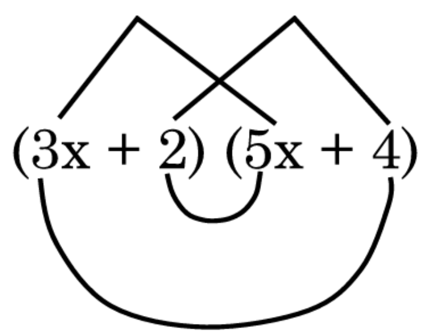

Figure 1

- Die linkeroor sê: Vermenigvuldig die *eerste* term van die eerste tweeterm met die *eerste* term van die tweede tweeterm.
- Die ken sê: Vermenigvuldig die *eerste* term van die eerste tweeterm met die *tweede* term van die tweede tweeterm.
- Die bekkie sê: Vermenigvuldig die *tweede* term van die eerste tweeterm met die *eerste* term van die tweede tweeterm.
- Die regteroor sê: Vermenigvuldig die *tweede* term van die eerste tweeterm met die *tweede* term van die tweede tweeterm.

Daar is belangrike patrone in die volgende vermenigvuldigingsoefening – let baie mooi op na hulle.
Oefening:

1. (a + b) (c + d)
2. (2a – 3b) (–c + 2d)
3. (a^2 + 2a) (b^2 –3b)
4. (a + b) (a + b)
5. (x^2 + 2x) (x^2 + 2x)
6. (3x – 1) (3x – 1)
7. (a + b) (a – b)
8. (2y + 3) (2y – 3)
9. ($2a^2$ + 3b) ($2a^2$ – 3b)
10. (a + 2) (a + 3)
11. ($5x^2$ + 2x) (x^2 – x)

E **Tweeterm × veelterm**

- Voorbeeld:

(2a + 3) (a^3 – $3a^2$ + 2a – 3) = $2a^4$ – $6a^3$ + $4a^2$ – 6a + $3a^3$ – $9a^2$ + 6a – 9
= $2a^4$ – $3a^3$ – $5a^2$ – 9 (vereenvoudigde vorm)
Oefening:

1. (x^2 – 3x) (x^2 + 5x – 3)
2. (b + 1) ($3b^2$ – b + 11)
3. (a – 4) (5 + 2a – b + 2c)
4. (–a + 2) (a + b + c – 3d)

- Hoe goed het jy in hierdie aktiwiteit gevaar?

5.7 Aktiwiteit 3

5.8 Om faktore van sekere algebraïese uitdrukkings te vind

5.9 [LU 1.6, 2.1, 2.7]

A **Faktore**
Hierdie tabel toon die faktore van sekere eenterme.

Uitdrukking	Kleinste faktore
42	2 × 3 × 7
6ab	2 × 3 × a × b
$21a^2b$	3 × 7 × a × a × b
$(5abc^2)^2$	5 × a × b × c × c × 5 × a × b × c × c
$–8y^4$	–2 × 2 × 2 × y × y × y × y
$(–8y^4)^2$	–2 × 2 × 2 × y × y × y × y × –2 × 2 × 2 × y × y × y × y

Table 1

Die faktore kan in enige orde geskryf word, maar as jy by die gebruiklike orde hou, sal jou werk vergemaklik word Twee van die lyste faktore in die tabel is nie in die gebruiklike orde nie – herskryf hulle in orde.

B **Gemene faktore van tweeterme**

- Beskou die tweeterm 6ab + 3ac.
- Die faktore van 6ab is 2 × 3 × a × b en die faktore van 3ac is 3 × a × c.
- Die faktore wat in beide 6ab en 3ac voorkom, is 3 en a – hulle is *gemene faktore*.
- Ons gebruik nou hakies om die gemene faktore en die res te groepeer:

6ab = **3a** × 2b en 3ac = **3a** × c

- Ons *faktoriseer* nou 6ab + 3ac. Dit word so uiteengesit:

6ab + 3ac = **3a** (2b + c).

- ‘n Uitdrukking met *terme* word verander na ‘n uitdrukking met *faktore*.
- Ons kan ook sê: ‘n *Somuitdrukking* is nou ‘n *produkuitdrukking*.
- Nog voorbeelde:

1. $6x^2 + 12x = \mathbf{3x}\ (2x + 4)$
2. $5x^3 - 2x^2 = \mathbf{x2}\ (5x - 2)$
3. $-4x^3 + 12x^2 = \mathbf{-4x}\ (x^2 - 3x)$
4. $9a^2 + 9a^3 = (3a + 3a^2)\ (\mathbf{3a})$

Kyk weer na die oefening in deel B van die vorige aktiwiteit – het jy die probleme herken?

C **Gemene faktore van veelterme**

Presies dieselfde metode word gebruik as ons die gemene faktore van meer as twee terme moet vind.

- Voorbeelde:

$6x^3 - 3x^2 + 6x = \mathbf{3x}\ (2x^2 - x + 2)$

$ab^3c - 3a^2b^3c + a^3b^2c = \mathbf{ab2c}\ (b - 3ab + a^2)$

$3a + 24a^2 + 6a^3 = \mathbf{3a}\ (1 + 8a + 2a^2)$

$20x - 8x^2 + 16x^3 - 12x^4 + 4x^5 = \mathbf{4x}\ (5 - 2x + 4x^2 - 3x^3 + x^4)$

As jy mooi kyk, sal jy oplet dat die terme wat in die hakies oorbly, nie meer enige gemene faktore het nie. Dis wat gebeur as die uitdrukking ten volle gefaktoriseer is. Jy moet altyd die grootste moontlike gemene faktor van al die terme uithaal.

Oefening:

Faktoriseer die volgende uitdrukkings volledig deur die grootste gemene faktor uit te haal:

1. $12abc + 24ac$
2. $15xy - 21y$
3. $3abc + 18ab^2c^3$
4. $8x^2y^2 - 2x$
5. $2a^2bc^2 + 4ab^2c - 7abc$
6. $12a(bc)^2 - 8(abc)^3 + 4(ab)^2c^3 - 20bc + 4a$

Paaraktiwiteit:

Het jy opgelet dat in elke geval die aantal terme in die hakies na faktorisering presies dieselfde is as die aantal terme in die oorspronklike uitdrukking?

Verduidelik vir jou maat hoekom jy dink dat dit altyd so sal gebeur.

D **Faktore van die verskil van kwadrate**

In deel D van die vorige aktiwiteit moes jy hierdie drie pare tweeterme vermenigvuldig:

(a + b) (a – b) ,

(2y + 3) (2y – 3) en

$(2a^2 + 3b)\ (2a^2 - 3b)$

- Hier is die oplossing:

$(a + b)(a - b) =$ **a2 − b2**
$(2y + 3)(2y - 3) =$ **4y2 − 9**
$(2a^2 + 3b)(2a^2 - 3b) =$ **4a4 − 9b2**
Let op dat die antwoorde 'n baie spesifieke patroon aanneem: **vierkant** *minus* **vierkant**.
Ons noem dit die verskil van kwadrate of *verskil van vierkante*, en dit word so gefaktoriseer:
Eerste–vierkant *minus* **tweede–vierkant**
$= (\sqrt{\text{eerste} - \text{vierkant}}\,\textit{plus}\sqrt{\text{tweede} - \text{vierkant}})\ (\sqrt{\text{eerste} - \text{vierkant}}\,\textit{minus}\sqrt{\text{tweede} - \text{vierkant}})$

- Voorbeelde:

$x^2 - 25 = (x + 5)(x - 5)$
$4 - b^2 = (2 + b)(2 - b)$
$9a^2 - 1 = (3a + 1)(3a - 1)$
DIT WORD VAN JOU VERWAG OM GOED VERTROUD TE WEES MET DIE ALGEMEENSTE VIERKANTE EN HUL VIERKANTSWORTELS.
Hier is 'n klompie belangrikes – voeg self ander by die lys.
$2^2 = 4$ $3^2 = 9$ $(a^2)^2 = a4$
$(a^3)^2 = a^6$
$(\mathbf{\frac{1}{2}})^2 = \mathbf{\frac{1}{4}}$ $1^2 = 1$
Oefening:
Faktoriseer volledig:
1. $a^2 - b^2$

1. $4y^2 - 9$
2. $4a^4 - 9b^2$
3. $1 - x^2$
4. $25 - a^6$
5. $a^8 - \mathbf{\frac{1}{4}}$
6. $4a^2b^2 - 81$
7. $0{,}25 - x^2y^6$

9. $2a^2 - 2b^2$ (versigtig!)

E **Gekombineerde gemene faktore en verskille van vierkante**

Soos in die laaste probleem (9), is dit noodsaaklik om eers gemene faktore uit te haal, en om daarna die uitdrukking in die hakies te faktoriseer, indien moontlik.

- Nog 'n voorbeeld:

Faktoriseer $12ax^2 - 3ay^2$
Herken eers die gemene faktor 3a, voor jy sê dat dit nie 'n verskil van vierkante kan wees nie.
$12ax^2 - 3ay^2 = 3a\ (4x^2 - y^2)$ Nou herken ons $4x^2 - y^2$ as verskil van twee vierkante.
$12ax^2 - 3ay^2 = 3a\ (4x^2 - y^2) = 3a(2x + y)(2x - y)$.
Oefening:
Faktoriseer *volledig*:
1. $ax^2 - ay^4$
2. $a^3 - ab^2$
3. $0{,}5a^2x - 4{,}5b^2x$
4. $a^5b^3c - abc$

F **Opeenvolgende verskille van vierkante**

Hou jou oë oop en probeer hierdie tweeterm volledig faktoriseer: $a^4 - b^4$

Nou hierdie oefening – soos gewoonlik, faktoriseer volledig.

1. $x^6 - 64$
2. $1 - m^8$
3. $3a^4 - 24b^8$
4. $x - x^9$

G **Faktore van drieterme**

Bestudeer die antwoorde op hierdie vier probleme (uit 'n vorige aktiwiteit). Die vereenvoudigde antwoorde het partykeer twee terme, partykeer drie terme en partykeer vier. Bespreek met 'n maat wat hier aan die gang is en besluit wat die verskille veroorsaak.

1. $(a + b)(a - b) = a^2 - ab + ab - b^2 = a^2 - b^2$ (vereenvoudig)
2. $(a + 2)(a + 3) = a^2 + 3a + 2a + 6 = a^2 + 5a + 6$
3. $(a + b)(a + b) = a\times a + ab + ba + b\times b = a^2 + ab + ab + b^2 = a^2 + 2ab + b^2$ (vereenvoudig)
4. $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$ (hierdie antwoord kan nie vereenvoudig word nie)

- Die antwoord op die soort probleem in vraag 1 hierbo het die vorm van 'n verskil van vierkante.
- Die antwoorde op 2 en 3 is drieterme. Ons gaan nou probeer om drieterme te faktoriseer.
- Die eerste feit om te onthou is dat *nie alle drieterme gefaktoriseer kan word nie*.

Werk agteruit deur probleem 2:

$a^2 + 5a + 6 = a^2 + 3a + 2a + 6 = (a + 2)(a + 3)$.

- So is dit duidelik waar die a^2 vandaan kom, en die 5a en die 6.

Faktoriseer nou $a^2 + 7a + 12 = (\ )(\ )$ deur twee geskikte tweeterme in die twee paar hakies te skryf.

- As jy die tweeterme in die hakies uitvermenigvuldig soos jy in aktiwiteit 2.2 geleer is, kan jy jou antwoord toets. Hou aan en toets telkens jou antwoorde tot jy seker is hoe om dit te doen. Doen dieselfde in die volgende oefeninge:

- Elke drieterm het 'n maat in die tweede kolom; soek hulle uit:

A. $a^2 - 5a - 6$ 1. $(x + 2)(x + 3)$
B. $a^2 - a - 6$ 2. $(x - 2)(x + 3)$
C. $a^2 - 5a + 6$ 3. $(x + 1)(x - 6)$
D. $a^2 + 7a + 6$ 4. $(x - 2)(x - 3)$
E. $a^2 + 5a + 6$ 5. $(x + 1)(x + 6)$
F. $a^2 + 5a - 6$ 6. $(x - 1)(x + 6)$
G. $a^2 + a - 6$ 7. $(x + 2)(x - 3)$
H. $a^2 - 7a + 6$ 8. $(x - 1)(x - 6)$

- Faktoriseer nou die volgende drieterme op dieselfde manier. Die laaste twee is moeiliker as die eerste vier!

1. $a^2 + 3a + 2$
2. $a^2 + a - 12$
3. $a^2 - 4a + 3$
4. $a^2 - 9a + 20$
5. $a^2 + ab - 12b^2$
6. $2a^2 - 18a + 40$

5.10 Aktiwiteit 4

5.11 Om faktorisering te gebruik in die vereenvoudiging van breuke, en in die optelling, vermenigvuldiging en deling van breuke

5.12 [LU 1.2, 1.6, 2.9]

A. **Vereenvoudiging van algebraïese breuke**

Twee van die volgende vier breuke kan vereenvoudig word, en twee nie. Watter twee kan?

$\frac{2+a}{2-a}$

$\frac{3(a+b)}{a+b}$

$\frac{4+x}{x+4}$

$$\frac{a\,(b-c)}{2\,(b+c)} \quad (1)$$

Jy het seker nou al agtergekom dat dit baie moeite is om te faktoriseer. Hoekom doen ons dit?

- Hierdie breuk kan nie vereenvoudig word soos dit staan nie: $\frac{6a^2b-6b}{2a-2}$. Dis omdat ons nie terme mag kanselleer nie. As ons die *som*uitdrukkings na *produk*uitdrukkings kan verander (deur faktorisering) sal ons die faktore kan kanselleer, en sodoende klaar kan vereenvoudig.

$6a^2b - 6b = 6b(a^2 - 1) = 6b\ (a + 1)\ (a - 1)$ en $2a - 2 = 2(a - 1)$

- Dus is die motivering vir faktorisering die behoefte aan vereenvoudiging.

Dus: $\frac{6a^2b-6b}{2a-2} = \frac{6b(a+1)(a-1)}{2(a-1)} = \frac{3b(a+1)}{1} = 3b(a + 1)$.

Dit is baie belangrik om volledig te faktoriseer.

Oefening:

Faktoriseer beide teller en noemer, en vereenvoudig:

1 $\frac{12a+6b}{2a+b}$

2 $\frac{x^2-9}{x+3}$

3 $\frac{2(a+1)(a-1)}{6(a+1)^2}$

4 $\frac{5a^2-5}{5a+5}$

B. **Vermenigvuldiging en deling van breuke**

- Die gewone reëls om breuke te vermenigvuldig en te deel bly steeds van toepassing. Bestudeer die volgende voorbeelde – let veral op na die faktorisering en kansellering.

$\frac{4x^3y}{6y^2} \div \frac{\text{xy}}{3x^2} \times \frac{2\text{xy}^2}{3x} = \frac{4x^3y}{6y^2} \times \frac{3x^2}{\text{xy}} \times \frac{2\text{xy}^2}{3x} = \frac{4x^4}{3}$

$\frac{a^2-9}{2} \times \frac{1}{4a^2-12a} = \frac{(a+3)(a-3)}{2} \times \frac{1}{4a(a-3)} = \frac{(a+3)}{8a}$

$\frac{3a+6}{5} \div \frac{a^2-4}{10} = \frac{3a+6}{5} \times \frac{10}{a^2-4} = \frac{3(a+2)}{5} \times \frac{10}{(a+2)(a-2)} = \frac{6}{a-2}$

Oefening:

Vereenvoudig:

1. $\frac{2\text{ab}^2}{b^3c} \times \frac{9\text{ac}^2}{4b} \div \frac{3\text{ac}}{2b^2}$
2. $\frac{2(a+1)(a-2)^2}{(a-2)^3(a+3)} \times \frac{9(a+1)(a+3)^2}{4(a-2)} \div \frac{3(a+1)(a+3)}{2(a-2)^2}$
3. $\frac{4a^2+8a}{2b+4} \times \frac{3\left(b^2+2\right)}{3a^2+6a}$
4. $\frac{x^2-1}{5x-5} \div \frac{(x+1)^2}{15x+15}$
5. $\frac{7x}{3\text{xy}} \div \frac{3x+6}{5x^2y} \div \frac{5x-10}{3x^2-12}$
6. $\frac{\frac{5x^2+5x}{x^2-x}}{\frac{5x+5}{x^2-1}}$ (Hier is 'n breuk gedeel deur 'n breuk – herskryf dit eers soos in 4)

C. **Optelling van breuke**

- Jy weet alreeds dat die optelling en aftrekking van breuke heelwat moeiliker is as vermenigvuldiging en deling. Dit is omdat ons slegs gelyksoortige breuke (met eenderse noemers) kan optel en aftrek. As die noemers verskil, moet jy die kleinste gemene veelvoud (KGV) van die noemers soek en dan elke breuk oor hierdie noemer skryf. Vereenvoudig dan die breuk. Vereenvoudig weer die antwoord so ver moontlik. Hier volg voorbeelde – al die stappe word getoon:

Vereenvoudig:

1. $\frac{5\text{abx}}{2\text{cx}} + \frac{4\text{ac}}{3x} + \frac{\text{cx}}{2a}$ (KGV = 6acx)

$\left(\frac{5\text{abx}}{2\text{cx}} \times \frac{3a}{3a}\right) + \left(\frac{4\text{ac}}{3x} \times \frac{2\text{ac}}{2\text{ac}}\right) + \left(\frac{\text{cx}}{2a} \times \frac{3\text{cx}}{3\text{cx}}\right) = \frac{15a^2\text{bx}}{6\text{acx}} + \frac{8a^2c^2}{6\text{acx}} + \frac{3c^2x^2}{6\text{acx}} = \frac{15a^2\text{bx}+8a^2c^2+3c^2x^2}{6\text{acx}}$

2. $\frac{a+b}{2} + \frac{b+c}{3} - \frac{a+c}{6}$ (LCD = 6) Let baie fyn op hoe die tekens hieronder hanteer word!

$\frac{3(a+b)}{6} + \frac{2(b+c)}{6} - \frac{a+c}{6} = \frac{3(a+b)+2(b+c)-(a+c)}{6} = \frac{3a+3b+2b+2c-a-c}{6} = \frac{2a+5b+c}{6}$

3. $\frac{a+3}{a^2-4} + \frac{1}{3a+6} + \frac{2}{5a-10}$

Om die Kleinste Gemene Noemer te vind, faktoriseer eers die noemers!

$\frac{a+3}{(a+2)(a-2)} + \frac{1}{3(a+2)} + \frac{2}{5(a-2)}$

Kan jy sien die KGV is 3×5×(a+2)(a–2)?

$\left(\frac{a+3}{(a+2)(a-2)} \times \frac{15}{15}\right) + \left(\frac{1}{3(a+2)} \times \frac{5(a-2)}{5(a-2)}\right) + \left(\frac{2}{5(a-2)} \times \frac{3(a+2)}{3(a+2)}\right)$

$= \frac{15(a+3)+5(a-2)+6(a+2)}{15(a+2)(a-2)} = \frac{15a+45+5a-10+6a+12}{15(a+2)(a-2)} = \frac{26a+47}{15(a+2)(a-2)}$

Oefening:

Vereenvoudig die volgende uitdrukkings deur van faktorisering gebruik te maak:

1. $\frac{a}{x^2} - \frac{a}{x} + \frac{5a}{2x}$
2. $\frac{1}{3} + \frac{2x+1}{2x} - \frac{x-1}{3x}$
3. $\frac{4a-4b}{2a^2-2b^2} - \frac{3}{2a-2b}$
4. $\frac{1}{2}(a-2) + \frac{2}{3}(a+1) - \frac{3}{4}(a-3)$

- ‘n Laaste wenk. Ons sou $\frac{2(x-1)}{3(x+3)} \times \frac{9(x+3)}{(1-x)}$ beter kon vereenvoudig as (1–x) so gelyk het: (x–1).
- Ons kan hierdie verandering maak as ons die teken van die hele tweeterm ook verander: (1–x) = –(x–1) omdat –(x–1) = –x + 1, en dit is 1–x. Voltooi self die probleem.

6 Assessering

Leeruitkomstes(LUs)
LU 1
Getalle, Bewerkings en VerwantskappeDie leerder is in staat om getalle en die verwantskappe daarvan te herken, te beskryf en voor te stel, en om tydens probleemoplossing bevoeg en met selfvertroue te tel, te skat, te bereken en te kontroleer.
continued on next page

Assesseringstandaarde(ASe)
Ons weet dit as die leerder:
1.1 die historiese ontwikkeling van getallestelsels in 'n verskeidenheid historiese en kulturele kontekste (insluitend plaaslik) beskryf en illustreer;
1.2 rasionale getalle (insluitend baie klein getalle in wetenskaplike notasie) herken, gebruik en voorstel, en sonder huiwering tussen ekwivalente vorms in gepaste kontekste beweeg;
1.3 probleme in konteks oplos, insluitend kontekste wat gebruik word om ‘n bewustheid van ander leerareas, asook van menseregte-, sosiale, ekonomiese en omgewingsake, te bevorder, soos:
1.3.1 finansiële kontekste (insluitend wins en verlies, begrotings, rekeninge, lenings, enkelvoudige en saamgestelde rente, huurkoop, wisselkoerse, kommissie, huur en die bankwese);
1.3.2 metings in die Natuurwetenskappe en Tegnologie;
1.4 probleme oplos wat verhouding, koers en proporsie (direkte en omgekeerde) behels;
1.5 skat en bereken deur geskikte bewerkings vir probleme te kies en te gebruik en die redelikheid van resultate te beoordeel (insluitend meetprobleme wat rasionale benaderings van irrasionale getalle behels);
1.6 'n verskeidenheid van tegnieke en instrumente (insluitend tegnologie) gebruik om berekeninge doeltreffend en met die nodige mate van akkuraatheid te doen, insluitend die volgende reëls en betekenisse van eksponente (leerders behoort in staat te wees om hierdie reëls en betekenisse slegs in berekeninge te gebruik):
1.6.1 $x^{n} \times x^{m} = x^{n+m}$
1.6.2 x^{n} [U+F0B8] $x^{m} = x^{n-m}$
1.6.3 $x^{0} = 1$
1.6.4 $x^{-n} = \frac{1}{x^n}$
1.7 die eienskappe van rasionale getalle herken, beskryf en gebruik.
LU 2
Patrone, Funksies en AlgebraDie leerder is in staat om patrone en verwantskappe te herken, te beskryf en voor te stel, en probleme op te los deur algebraïese taal en vaardighede te gebruik.
Ons weet dit as die leerder:
2.1 op verskillende maniere ‘n verskeidenheid numeriese en meetkundige patrone en verwantskappe ondersoek deur dit voor te stel en te veralgemeen, en deur die reëls onderliggend daaraan te verduidelik en te bewys (insluitend patrone in natuurlike en kulturele vorms en patrone wat die leerders self geskep het);
continued on next page

2.7 die distributiewe wet en manipuleringsvaardighede wat in graad 8 ontwikkel is gebruik om die volgende te doen:
• bepaal die produk van tweeterme;
• faktoriseer algebraïse uitdrukkings (beperk tot gemene faktore en die verskil van vierkante);
2.8 die eksponentwette gebruik om uitdrukkings te vereenvoudig en vergelykings op te los;
2.9 faktorisering om algebraïese uitdrukkings te vereenvoudig en vergelykings op te los gebruik.

Table 2

7 Memorandum

Bespreking

Terminologie

- Leerders gebruik dikwels metodes vir gebruik met *uitdrukkings* wanneer hulle met *vergelykings* werk (byvoorbeeld, hulle kan noemers in uitdrukkings weglaat), en andersom. Hou 'n ogie hierop en leer hulle om die konteks te ondersoek voor hulle blindelings voortgaan.
- Vermenigvuldiging en faktorisering werk omgekeerd – die leerders moet hiervan bewus word. Dit maak in elk geval die werk makliker om te bemeester.
- As leerders nie terme en faktore kan onderskei nie, sal hulle nie uitdrukkings behoorlik kan manipuleer nie. As dit nodig blyk, kan hulle meer oefeninge gegee word.
- In die algemeen vind leerders breuke moeilik. Dit is dalk goed om in sulke gevalle met nie–algebraïse breuke te begin om die basis te vestig.

TOETS

1. Vereenvoudig die volgende uitdrukkings deur gelyksoortige terme bymekaar te maak.

1.1 $3a^2 + 3a^2 - 6a + 3a - 4 + 1$

1.2 $2y^2 - 1y + 2y^2 - 6 + 2y - 9$

1.3 $8x^2 - (5x + 12x^2 - 1) + x - 4$

1.4 $(3a - a^2) - [(2a^2 - 11) - (5a - 3)]$

2. Gee die antwoorde tot die volgende probleme in die eenvoudigste vorm:

2.1 Tel $3x^2 + 5x - 1$ by $x^2 - 3x$

2.2 Bereken die som van $2a + 3b - 5$ en $3 + 2b - 7a$

2.3 Trek $6a + 7$ af van $5a^2 + 2a + 2$

2.4 Hoeveel is $3a - 8b + 3$ minder as $a + b + 2$?

3. Vereenvoudig deur vermenigvuldiging en laat antwoord in eenvoudigste vorm:

3.1 $(3x^2) \times (2x^3)$

3.2 $(abc)\ (a^2c)\ (2b^2)$

3.3 $abc(a^2c + 2b^2)$

3.4 $-3a(2a^2 - 5a)$

3.5 $(a - 2b)\ (a + 2b)$

3.6 $(3 - x^2)\ (2x^2 + 5)$

3.7 $(x - 5y)^2$

3.8 $(2 - b)\ (3a + c)$

Memorandum

1.1 $6a^2 - 3a - 3$

1.2 $4y^2 + y - 15$

1.3 $-4x^2 - 4x - 3$

1.4 $-3a^2 + 8a + 8$

2.1 $4x^2 + 2x - 1$

2.2 $-5a + 5b - 2$

2.3 $5a^2 - 4a - 5$

2.4 $-2a + 9b - 1$

3.1 $6x^5$

3.2 $2a^3b^3c^2$

3.3 $a^3bc^2 + 2ab^3c$

3.4 $-6a^3 + 15a^2$

3.5 $a^2 - 4b^2$

3.6 $-2x^4 + x^2 + 15$

3.7 $x^2 - 10xy + 25y^2$

3.8 $6a + 2c - 3ab - bc$

TOETS

1. Bepaal die Grootste Gemene Faktor van hierdie drie uitdrukkings: $6a^2c^2$ en $2ac^2$ en $10ab^2c^3$.

2. Faktoriseer die volgende uitdrukkings volledig deur gemene faktore te bepaal:

2.1 $12a^3 + 3a^4$

2.2 $-5xy - 15x^2y^2 - 20y$

2.3 $6a^2c^2 - 2ac^2 + 10ab^2c^3$

3. Faktoriseer hierdie verskille van kwadrate volledig:

3.1 $a^2 - 4$

3.2 $\frac{1}{9}a^2 - 9b^2$

3.3 $x^4 - 16y^4$

3.4 $1 - a^4b^4$

4. Faktoriseer hierdie uitdrukkings so ver as moontlik:

4.1 $3x^2 - 27$

4.2 $2a - 8ab^2$

4.3 $a^2 - 5a - 6$

4.4 $a^2 + 7a + 6$

5. Vereenvoudig die volgende breuke deur van faktorisering gebruik te maak:

5.1 $\frac{3a^2-3}{6a+6}$

5.2 $\frac{6x^2y-6y}{2x-2}$

5.3 $\frac{a^2-9}{2} \times \frac{1}{4a^2-12a}$

5.4 $\frac{3x+6}{5} \div \frac{x^2-4}{15}$

5.5 $\frac{abx}{2cx} + \frac{2ac}{3x} + \frac{3cx}{2a}$

5.6 $\frac{2a}{x^2} - \frac{3a}{x} + \frac{a}{2x}$

5.7 $\frac{4a-4b}{2a^2-2b^2} - \frac{3}{2a-2b}$

5.8 $\frac{2}{3}(a+2) + \frac{1}{3}(a-1) - \frac{1}{4}(a-5)$

Memorandum

1. $2ac^2$

2.1 $3a^3\ (4 + a^2)$

2.2 $-5y\ (x + 3x^2y + 4)$

2.3 $2ac^2\ (3a - 1 + 5b^2c)$

3.1 $(a + 2)\ (a - 2)$

3.2 $\left(\frac{1}{3}a + 3b\right)\left(\frac{1}{3}a - 3b\right)$

3.3 $\left(\mathrm{x}^2+4y^2\right)(x+2y)(x-2y)$
3.4 $\left(1+a^2b^2\right)(1+ab)(1-ab)$
4.1 $3\,(x+3)(x-3)$
4.2 $2a\,(1+4b)(1-4b)$
4.3 $(a+1)(a-6)$
4.4 $(a+1)(a+6)$
5.1 $\frac{a-1}{2}$
5.2 $3y\,(x+1)$
5.3 $\frac{a+3}{8a}$
5.4 $\frac{9}{x-2}$
5.5 $\frac{3a^2\mathrm{bx}+4a^2c^2+9c^2x^2}{6\mathrm{acx}}$
5.6 $\frac{4a-5\mathrm{ax}}{2x^2}$
5.7 $\frac{a-7b}{2(a+b)(a-b)}$
5.8 $\frac{3a+9}{4}$