

6. MODULACIONES M-ARIAS*

Mariangela Mezoa

Translated By:

Mariangela Mezoa

This work is produced by OpenStax-CNX and licensed under the
Creative Commons Attribution License 3.0[†]

Abstract

El contenido de este módulo engloba las características más relevantes de las modulaciones m-arias, además de la simulación de cada modulación en LabVIEW.

1 MODULACIONES M-ARIAS

González C. Y. Venuska

Mezoa R. Mariangela

Resumen

El contenido de este módulo engloba las características más relevantes de las modulaciones m-arias, además de la simulación de cada modulación en LabVIEW.

Hasta el módulo anterior (Modulaciones Binarias¹) habíamos considerado las técnicas de modulación cuando sólo se empleaba un bit a la vez del mensaje de entrada. Aquí tomaremos en consideración los diferentes tipos de modulación cuando se toman símbolos para producir cambios sobre la señal portadora.

El término **M-ario** deriva de la palabra **binario**. La letra **M** representa la cantidad de condiciones posibles (símbolos) para una determinada cantidad de variables binarias consideradas. En los casos anteriores de modulación (OOK, PRK, FSK, etc) habíamos trabajado con bits individuales (1 y 0), por lo que se podría decir que estos métodos son M-arios en donde $M = 2$.

Si los símbolos provienen de combinaciones de bits, se puede usar la siguiente ecuación para relacionar el número de bits con el número de símbolos:

$$N = \log_2 M$$

Figure 1

*Version 1.1: Oct 5, 2010 7:25 am -0500

[†]<http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/>

¹"Modulaciones Binarias" <<http://cnx.org/content/m35235/latest/>>

En donde:

N = Cantidad de bits codificados

M = Cantidad de condiciones posibles de salida con N bits.

Entonces, si por ejemplo tomamos la modulación digital binaria FSK tendríamos dos posibles variantes: “1” lógico o un “0” lógico, así que $M = 2$:

$$\mathbf{N = \log_2 M}$$

$$\mathbf{2^N = M}$$

$$\mathbf{N = \log_2 M}$$

Figure 2

Si se toman dos bits codificados juntos entonces $M=2^2=4$. En general:

N	M
1	2
2	4
3	8
4	16
5	32

Table 1

El ancho de banda de cada señal modulada M-aria estará relacionado con la tasa de símbolos **fs** y con la tasa de bits **fb** de la siguiente forma:

$$\mathbf{BW \leftrightarrow fs = \frac{fb}{\log_2 M} = \frac{fb}{N}}$$

Figure 3

Donde **fs** es la tasa de símbolos (bauds) y **fb** es tasa de bits de entrada(bps).

1.1 1. QPSK (Quaternary Phase Shift Keying)

La modulación por desplazamiento cuaternario de fase es un tipo de modulación M-aria en donde el factor M es igual a 4. Aquí se tendrán entonces cuatro posibles fases de salida para una sola frecuencia de portadora

y cuatro condiciones distintas de entrada. Como con un sólo bit no se pueden obtener cuatro condiciones distintas (sólo dos, 1 y 0), tomamos combinaciones de dos bits, de modo que:

- 00
- 01
- 10
- 11

Cada par de bits (**dibits**) genera una fase posible de salida. Tenemos entonces la siguiente ecuación que define este tipo de modulación:

$$X_{\text{qpsk}}(t) = \sqrt{P_s} b_p(t) \cos(w_c t) + \sqrt{P_s} b_i(t) \sin(w_c t)$$

Figure 4

En donde:

$$\begin{aligned}
 X_{\text{qpsk}}(t) &= \text{Señal modulada.} \\
 \sqrt{P_s} &= \sqrt{\frac{V^2}{2}} \\
 b_p(t) &= \text{Bit par} \\
 w_c &= \text{Frecuencia de la portadora en Radianes.} \\
 b_i(t) &= \text{Bit impar}
 \end{aligned}$$

Figure 5

Los parámetros **bp** y **bi** siguen el mismo lineamiento que para las modulaciones binarias: para un **1** lógico tienen valor de **+1** y para un **0** lógico tienen valor de **-1**.

Si $b_p = +1$ y $b_i = +1$:

$$X_{\text{QPSK}}(t) = \sqrt{P_s(t)} \cdot \cos(\omega_c t) + \sqrt{P_s(t)} \cdot \text{Sen}(\omega_c t)$$

Si $b_p = +1$ y $b_i = -1$:

$$X_{\text{QPSK}}(t) = \sqrt{P_s(t)} \cdot \cos(\omega_c t) - \sqrt{P_s(t)} \cdot \text{Sen}(\omega_c t)$$

Si $b_p = -1$ y $b_i = +1$:

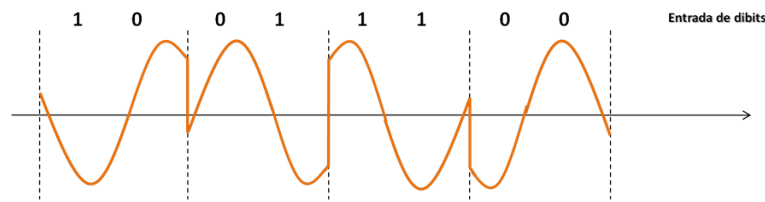
$$X_{\text{QPSK}}(t) = -\sqrt{P_s(t)} \cdot \cos(\omega_c t) + \sqrt{P_s(t)} \cdot \text{Sen}(\omega_c t)$$

Si $b_p = -1$ y $b_i = -1$:

$$X_{\text{QPSK}}(t) = -\sqrt{P_s(t)} \cdot \cos(\omega_c t) - \sqrt{P_s(t)} \cdot \text{Sen}(\omega_c t)$$

Figure 6

Para una de las cuatro fases posibles de salida, la portadora tiene exactamente la misma amplitud, lo que evidencia el tipo de modulación con amplitud constante.



Entrada Binaria	Fase de Salida QPSK
00	$3\pi/4$
01	$-3\pi/4$
10	$\pi/4$
11	$-\pi/4$

Figure 7: Fase de salida para QPSK.

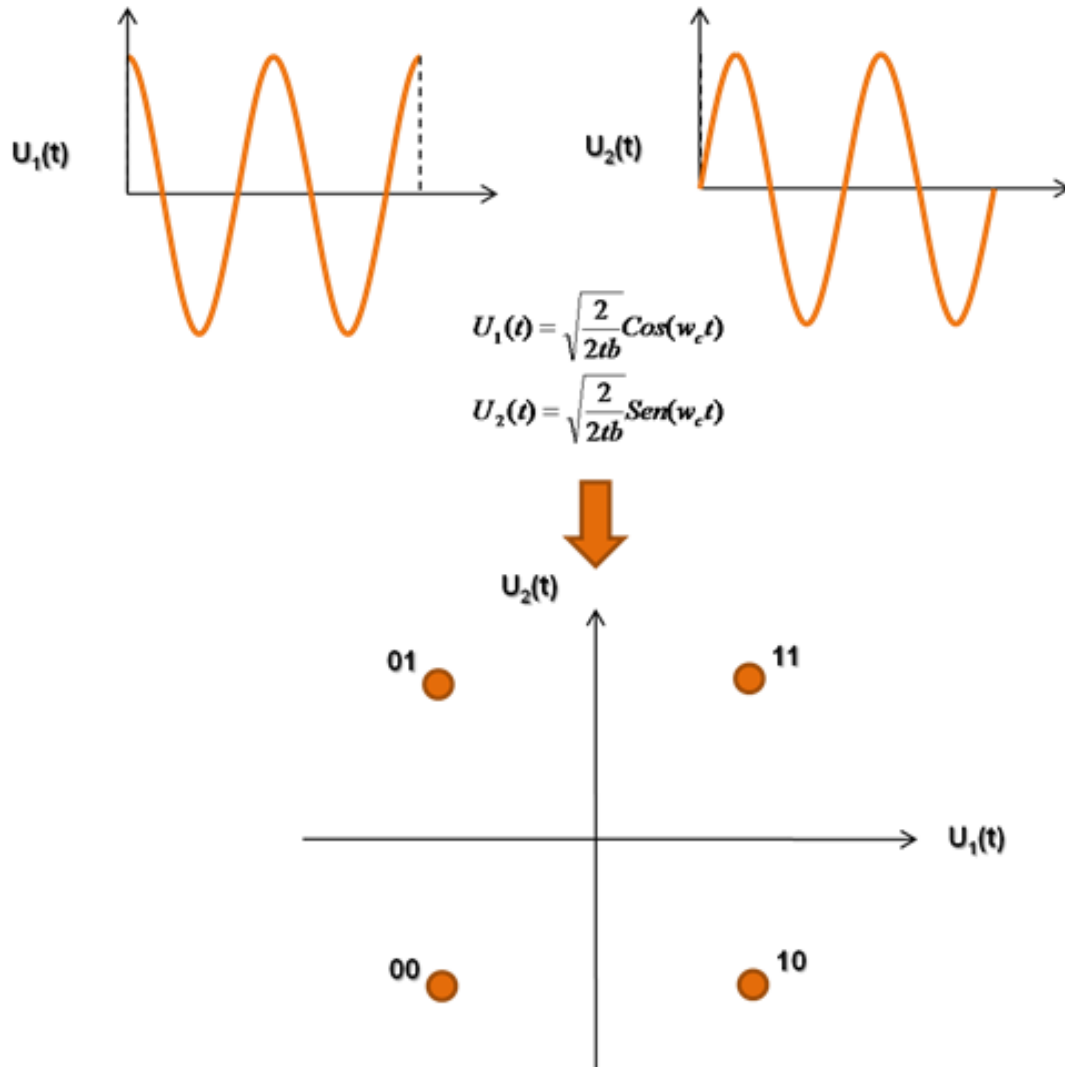


Figure 8: Bases y constelación para QPSK La separación angular entre dos puntos adyacentes es de 90° .

La ecuación de la señal modulada en función de las bases ortonormales quedará así:

$$X_{qpsk}(t) = \sqrt{E_1} b_p(t) U_1(t) + \sqrt{E_1} b_i(t) U_2(t)$$

Figure 9

Podemos hallar la ecuación en el dominio de la frecuencia usando la Transformada de Fourier de la autocorrelación, resultando:

$$G_{qpsk}(f) = E_1 (\text{Sinc}^2(2tb(f - fc)) + \text{Sinc}^2(2tb(f + fc)))$$

$$BW = \frac{1}{tb}$$

Figure 10

1.2 2. MPSK (Multiple PSK)

En el caso anterior se hacía la combinación de dos bits para generar cuatro salidas de fase. El término MPSK aplica para cuando se desee combinar bits de N en N. Pudiéramos llegar entonces a una ecuación general que aplique para cuantas combinaciones de bits se necesite:

$$X_{mpsk}(t) = V \cos(\omega_c t + \phi_k)$$

donde:

$$\phi_k = (2a_k(t) + 1) \frac{\pi}{M}$$

$$a_k = 0, 1, \dots, M - 1$$

Figure 11

Esto produce $M=2^N$ Símbolos. Las bases quedarían como sigue:

$$U_1(t) = \sqrt{\frac{2}{Ntb}} \cos(\omega_c t)$$

$$U_2(t) = \sqrt{\frac{2}{Ntb}} \sin(\omega_c t)$$

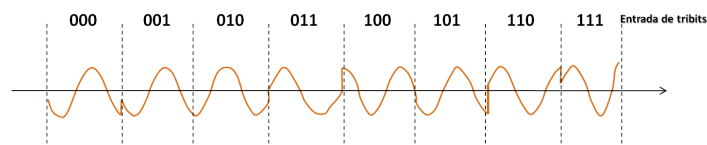
Figure 12

Y la Densidad Espectral de Potencia es :

$$G_{\text{mpsk}}(f) = \frac{1}{2} Ntb \cdot \frac{V^2}{2} (\text{Sinc}^2(Ntb(f - f_c)) + (\text{Sinc}^2(Ntb(f + f_c)))$$

Figure 13

Por ejemplo, si queremos realizar la modulación 8-PSK:



Entrada Binaria	Fase de Salida QPSK
000	-112.5°
001	-157.5°
010	-67.5°
011	-22.5°
100	+112.5°
101	+157.5°
110	+67.5°
111	+22.5°

Figure 14: Fase de salida para 8-PSK

Sus bases y Constelación serían:

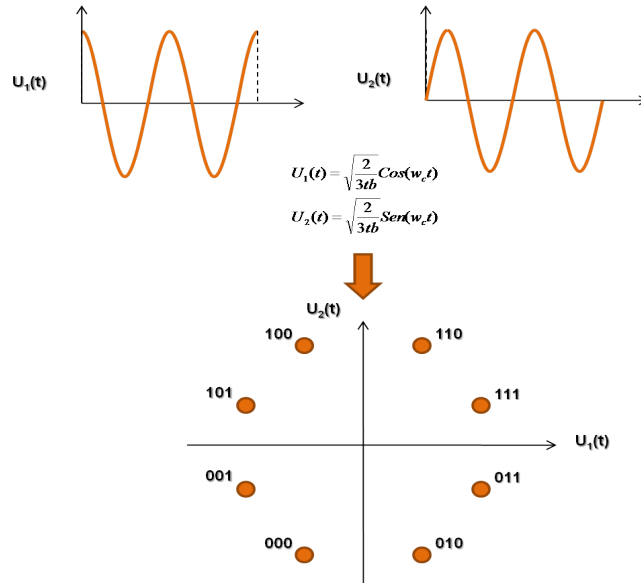


Figure 15

Y para la modulación 16-PSK:

Entrada Binaria	Fase de Salida QPSK	Entrada Binaria	Fase de Salida QPSK
0000	11.25°	1000	191.25°
0001	33.75°	1001	213.75°
0010	56.25°	1010	236.25°
0011	78.75°	1011	258.75°
0100	101.25°	1100	281.25°
0101	123.75°	1101	303.75°
0110	146.25°	1110	326.25°
0111	168.75°	1111	348.75°

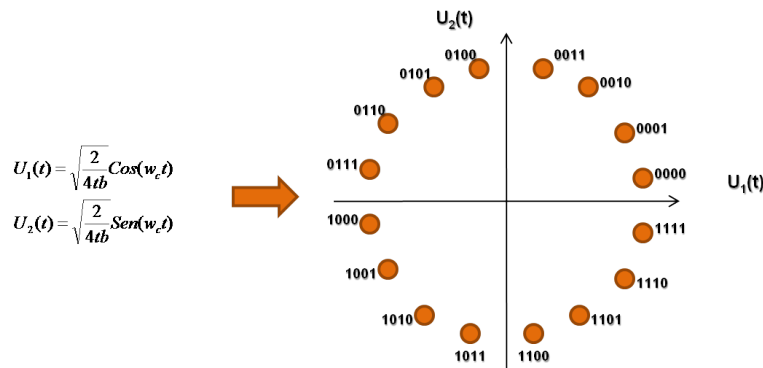


Figure 16

1.3 3. QAM (Quadrature Amplitude Modulation)

En este tipo de modulación se varían los parámetros de amplitud y fase de la señal portadora transmitida. Básicamente, consiste en modular en amplitud dos señales portadoras que trabajan con la misma frecuencia pero se encuentran desfasadas 90° entre sí lo que produce, también, cambios en la fase. En general, su ecuación viene dada por:

$$X_{QAM}(t) = a_n \cos(w_c t) + b_n \sin(w_c t)$$

Figure 17

En donde a_n y b_n son valores discretos correspondientes al total de los N bits codificados.

Supongamos que tomamos el valor $M=8 \Rightarrow$ **8-QAM**

Los datos que llegan antes del modulador se dividen en combinaciones de tres bits (tribits). Se definen entonces dos bases ortonormales para representar la señal:

$$U_1(t) = \sqrt{\frac{2}{Ntb}} \text{Sen}(w_c t)$$

$$U_2(t) = \sqrt{\frac{2}{Ntb}} \text{Cos}(w_c t)$$

$$N = 3$$

Figure 18

Por lo que la ecuación de QAM en el tiempo quedaría así;

$$X_{QAM}(t) = k1.aU_1(t) + k2.aU_2(t)$$

Figure 19

Siendo a una constante y $k1$ y $k2$ señales Non-Return to Zero (NRZ) multinivel con tiempo de duración $N \cdot tb$. Su constelación es como sigue:

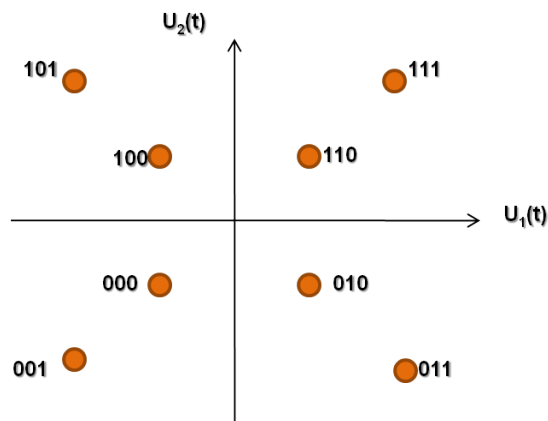


Figure 20: Constelación para 8-QAM.

Las formas de onda correspondientes a las combinaciones de bits quedarían así:

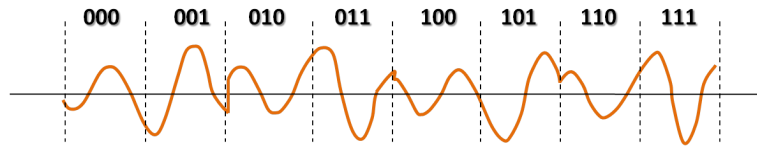


Figure 21

Y la ecuación de 8-QAM en el dominio de la frecuencia:

$$G_{QAM}(f) = \frac{1}{2} 3tb \cdot \frac{V^2}{2} (\text{Sinc}^2(3tb(f - fc)) + \text{Sinc}^2(3tb(f + fc)))$$

Figure 22

Si ahora tomamos el valor $M=16 \Rightarrow 16\text{-QAM}$

$$U_1(t) = \sqrt{\frac{2}{Ntb}} \text{Sen}(w_c t)$$

$$U_2(t) = \sqrt{\frac{2}{Ntb}} \text{Cos}(w_c t)$$

$$N = 4$$

Figure 23

Su constelación:

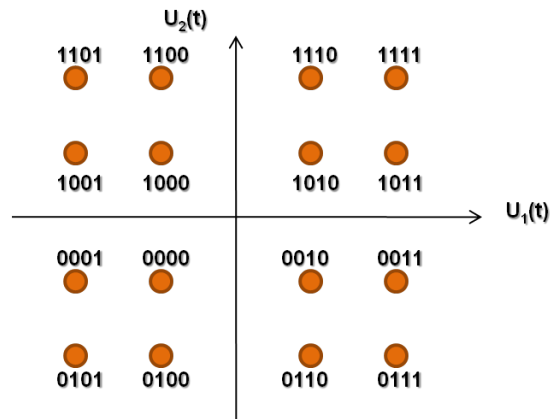


Figure 24: Constelación para 16-QAM

Entrada Binaria	Salida 16-QAM	
0000	0.311V	-135°
0001	0.850V	-165°
0010	0.311V	-45°
0011	0.850V	-15°
0100	0.850V	-105°
0101	1.161V	-135°
0110	0.850V	-75°
0111	1.161V	-45°
1000	0.311V	135°
1001	0.850V	165°
1010	0.311V	45°
1011	0.850V	15°
1100	0.850V	105°
1101	1.161V	135°
1110	0.850V	75°
1111	1.161V	45°

Figure 25

Y la Densidad Espectral de Potencia sería:

$$G_{16-QAM}(f) = \frac{1}{2} 4tb \cdot \frac{V^2}{2} (\text{Sinc}^2(4tb(f - fc)) + \text{Sinc}^2(4tb(f + fc)))$$

Figure 26

1.4 Simulación en LabVIEW

para observar los tipos de modulación previamente explicados, se debe descargar el código fuente del VI m-arias.vi a través del siguiente enlace: [MEDIA OBJECT]²

1.5 Demostración

[MEDIA OBJECT]³

²This media object is a downloadable file. Please view or download it at
<<http://cnx.org/content/m35715/1.1/marias.zip>>

³This media object is a video file. Please view or download it at
<<http://cnx.org/content/m35715/1.1/m-arias.mpg>>