Vergelykings en Ongelykhede: Strategie vir die vergelykings op te los en op los van lineêre vergelykings*

Free High School Science Texts Project

This work is produced by OpenStax-CNX and licensed under the
Creative Commons Attribution License 3.0†

1 Strategie vir die Oplos van Vergelykings

Hierdie hoofstuk handel oor die oplos van verskillende soorte vergelykings met twee veranderlikes. Die algemene strategie is om die onbekende veranderlike alleen aan die linkerkant van die gelykaanteken te kry, met al die konstantes aan die regterkant van die gelykaanteken. Byvoorbeeld, in die vergelyking $x - 1 = 0$, wil ons die vergelyking skryf as $x = 1$.

Soos ons gesien het in hersiening van vorige werk, in die afdeling wat handel oor herrangskikking van vergelykings, is 'n vergelyking soos 'n weegskaal wat altyd gebalanseerd moet bly. Wanneer ons vergelykings oplos, moet ons in gedagte hou dat wat aan die een kant gedoen word, ook aan die ander kant gedoen moet word.

1.1 Metode: Herrangskikking van Vergelykings

Jy kan 'n getal optel, 'n getal aftrek, met 'n getal vermenigvuldig of met 'n getal deel, solank jy dieselfde bewerking aan beide kante doen.

Byvoorbeeld, in die vergelyking $x + 5 - 1 = -6$, wil ons x alleen aan die linkerkant van die vergelyking kry. Dit beteken ons moet 5 aftrek en 1 optel aan die linkerkant. Omdat ons die skaal gebalanseerd moet hou, moet ons ook 5 aftrek en 1 optel aan die regterkant.

$$\begin{aligned} x + 5 - 1 &= -6 \\ x + 5 - 5 - 1 + 1 &= -6 - 5 + 1 \\ x + 0 + 0 &= -11 + 1 \\ x &= -10 \end{aligned} \tag{1}$$

In 'n ander voorbeeld, $\frac{2}{3}x = 8$, moet ons deel met 2 en vermenigvuldig met 3 aan die linkerkant om x alleen te kry. Om die vergelyking gebalanseerd te hou moet ons ook aan die regterkant deel met 2 en vermenigvuldig

*Version 1.1: Aug 4, 2011 8:15 am +0000
†http://creativecommons.org/licenses/by/3.0/

met 3.

$$\begin{aligned} \tfrac{2}{3}x &= 8 \\ \tfrac{2}{3}x \div 2 \times 3 &= 8 \div 2 \times 3 \\ \tfrac{2}{2} \times \tfrac{3}{3} \times x &= \tfrac{8 \times 3}{2} \\ 1 \times 1 \times x &= 12 \\ x &= 12 \end{aligned} \tag{2}$$

Hierdie is die basiese reëls wat gevolg moet word wanneer 'n vergelyking vereenvoudig word. In die meeste gevalle moet die reëls herhaaldelik toegepas word voor ons die gewenste veranderlike as onderwerp het.

TIP: Die volgende moet ook in gedagte gehou word:

1. Deling deur 0 is ontoelaatbaar.
2. As $\frac{x}{y} = 0$, dan $x = 0$ en $y \neq 0$, want deling deur 0 gee 'n ongedefinieerde uitdrukking.

Ons is nou gereed om 'n paar vergelykings op te los!

1.1.1 Ondersoek: Strategie vir die Oplos van Vergelykings

Identifiseer wat is verkeerd in die volgende bewerking:

$$\begin{aligned} 4x - 8 &= 3(x-2) \\ 4(x-2) &= 3(x-2) \\ \tfrac{4(x-2)}{(x-2)} &= \tfrac{3(x-2)}{(x-2)} \\ 4 &= 3 \end{aligned} \tag{3}$$

2 Oplos van Lineêre Vergelykings

Die eenvoudigste vergelyking om op te los is 'n lineêre vergelyking. 'n Vergelyking word lineêr genoem indien die hoogste mag van die veranderlike (letter, byvoorbeeld x) 1 (een) is. Die volgende is voorbeelde van lineêre vergelykings:

$$\begin{aligned} 2x + 2 &= 1 \\ \tfrac{2-x}{3x+1} &= 2 \\ \tfrac{4}{3}x - 6 &= 7x + 2 \end{aligned} \tag{4}$$

In hierdie afdeling sal ons leer om te bepaal wat die waarde van 'n veranderlike moet wees om 'n vergelyking waar te maak. Byvoorbeeld, watter waarde van x maak beide kante van die baie eenvoudige vergelyking, $x + 1 = 1$ waar.

Aangesien die definisie van 'n lineêre vergelyking is dat die hoogste mag van die veranderlike een (1) moet wees, is daar hoogstens *een oplossing* of *wortel* vir die vergelyking.

Hierdie afdeling berus op al die metodes wat ons reeds bespreek het: uitvermenigvuldiging van uitdrukkings met hakies, groepering van terme en faktorisering. Maak seker dat jy goed vertroud is met hierdie metodes voordat jy die werk in die res van hierdie hoofstuk aanpak.

$$\begin{aligned} 2x + 2 &= 1 \\ 2x &= 1 - 2 \quad (\textit{groepeer soortgelyke terme saam}) \\ 2x &= -1 \quad (\textit{so ver as moontlik vereenvoudig}) \end{aligned} \tag{5}$$

Nou sien ons dat $2x = -1$. Dit beteken dat as ons weerskante deel met 2, dan kry ons:

$$x = -\frac{1}{2} \tag{6}$$

Vervang $x = -\frac{1}{2}$, in die oorspronklike vergelyking. Dan kry ons:

$$\begin{aligned} LK &= 2x + 2 \\ &= 2\left(-\tfrac{1}{2}\right) + 2 \\ &= -1 + 2 \\ &= 1 \\ en & \\ RK &= 1 \end{aligned} \tag{7}$$

Dit is die basiese beginsels vir die oplossing van lineêre vergelykings.

TIP: Wanneer jy die oplossing van 'n vergelyking gevind het, vervang die oplossing in die oorspronklike vergelyking om jou antwoord te bevestig.

2.1 Metode: Oplos van Lineêre Vergelykings

Die algemene stappe in die oplos van lineêre vergelykings is:

1. Verwyder alle hakies in die vergelyking.
2. "Dra" al die terme wat die veranderlike bevat "oor" na die linkerkant van die vergelyking, en alle konstante terme (die getalle) na die regterkant van die gelykaanteken. Hou in gedagte dat die teken van die terme sal verander van $(+)$ na $(-)$ of omgekeerd, soos hulle 'oor' die gelykaanteken 'beweeg'.
3. Groepeer alle soortgelyke terme saam en vereenvoudig so ver as moontlik.
4. Faktoriseer, indien nodig.
5. Vind die oplossing en skryf die antwoord(e) neer.
6. Stel die oplossing in die **oorspronklike** vergelyking in om die antwoord te bevestig.

Khan Akademie video oor vergelykings - 1

This media object is a Flash object. Please view or download it at
<http://www.youtube.com/v/f15zA0PhSek&rel=0>

Figure 1

Exercise 1: Oplos van Lineêre Vergelykings ***(Solution on p. 5.)***
Los op vir x: $4 - x = 4$

Exercise 2: Oplos van Lineêre Vergelykings ***(Solution on p. 5.)***
Los op vir x: $4(2x - 9) - 4x = 4 - 6x$

Exercise 3: Oplos van Lineêre Vergelykings ***(Solution on p. 5.)***
Los op vir x: $\frac{2-x}{3x+1} = 2$

Exercise 4: Oplos van Lineêre Vergelykings ***(Solution on p. 6.)***
Los op vir x: $\frac{4}{3}x - 6 = 7x + 2$

2.1.1 Oplos van Lineêre Vergelykings

1. Los op vir y: $2y - 3 = 7$ Kliek hier vir die oplossing[1]
2. Los op vir y: $-3y = 0$ Kliek hier vir die oplossing[2]
3. Los op vir y: $4y = 16$ Kliek hier vir die oplossing [3]
4. Los op vir y: $12y + 0 = 144$ Kliek hier vir die oplossing[4]
5. Los op vir y: $7 + 5y = 62$ Kliek hier vir die oplossing[5]
6. Los op vir x: $55 = 5x + \frac{3}{4}$ Kliek hier vir die oplossing[6]
7. Los op vir x: $5x = 3x + 45$ Kliek hier vir die oplossing[7]
8. Los op vir x: $23x - 12 = 6 + 2x$ Kliek hier vir die oplossing[8]
9. Los op vi x: $12 - 6x + 34x = 2x - 24 - 64$ Kliek hier vir die oplossing[9]
10. Los op vir x: $6x + 3x = 4 - 5(2x - 3)$ Kliek hier vir die oplossing[10]
11. Los op vir p: $18 - 2p = p + 9$ Kliek hier vir die oplossing[11]
12. Los op vir p: $\frac{4}{p} = \frac{16}{24}$ Kliek hier vir die oplossing[12]
13. Los op vir p: $\frac{4}{1} = \frac{p}{2}$ Kliek hier vir die oplossing[13]
14. Los op vir p: $-(-16 - p) = 13p - 1$ Kliek hier vir die oplossing[14]
15. Los op vir p: $6p - 2 + 2p = -2 + 4p + 8$ Kliek hier vir die oplossing[15]
16. Los op vir f: $3f - 10 = 10$ Kliek hier vir die oplossing[16]
17. Los op vir f: $3f + 16 = 4f - 10$ Kliek hier vir die oplossing[17]
18. Los op vir f: $10f + 5 + 0 = -2f + -3f + 80$ Kliek hier vir die oplossing[18]
19. Los op vir f: $8(f - 4) = 5(f - 4)$ Kliek hier vir die oplossing[19]
20. Los op vir f: $6 = 6(f + 7) + 5f$ Kliek hier vir die oplossing [20]

[1] http://www.fhsst.org/lcR
[2] http://www.fhsst.org/lcR
[3] http://www.fhsst.org/lcR
[4] http://www.fhsst.org/lcR
[5] http://www.fhsst.org/lcR
[6] http://www.fhsst.org/lcn
[7] http://www.fhsst.org/lcn
[8] http://www.fhsst.org/lcn
[9] http://www.fhsst.org/lcn
[10] http://www.fhsst.org/lcn
[11] http://www.fhsst.org/lcQ
[12] http://www.fhsst.org/lcQ
[13] http://www.fhsst.org/lcQ
[14] http://www.fhsst.org/lcQ
[15] http://www.fhsst.org/lcQ
[16] http://www.fhsst.org/lcU
[17] http://www.fhsst.org/lcU
[18] http://www.fhsst.org/lcU
[19] http://www.fhsst.org/lcU
[20] http://www.fhsst.org/lcU

Solutions to Exercises in this Module

Solution to Exercise (p. 3)

Step 1. Ons word gegee $4 - x = 4$ en word gevra om vir x op te los.
Step 2. Aangesien daar geen hakies is nie, kan ons begin met die herrangskikking en dan die groepering van soorgelyke terme.
Step 3.

$$\begin{aligned} 4 - x &= 4 \\ -x &= 4 - 4 && \text{(herrangskik)} \\ -x &= 0 && \text{(groepeer soortgelyke terme)} \\ \therefore \quad x &= 0 \end{aligned} \tag{8}$$

Step 4. Stel die oplossing in die oorspronklike vergelyking in:

$$\begin{aligned} 4 - 0 &= 4 \\ 4 &= 4 \end{aligned} \tag{9}$$

Aangesien beide kante gelyk is, is die antwoord korrek.
Step 5. Die oplossing van $4 - x = 4$ is $x = 0$.

Solution to Exercise (p. 3)

Step 1. Ons word gegee $4(2x - 9) - 4x = 4 - 6x$ en word gevra om op te los vir x.
Step 2. Ons begin met die uitbreiding van hakies, dan herrangskikking, daarna groepering van soortgelyke terme en uiteindelik vereenvoudiging.
Step 3.

$$\begin{aligned} 4(2x - 9) - 4x &= 4 - 6x \\ 8x - 36 - 4x &= 4 - 6x && \text{(brei die hakies uit)} \\ 8x - 4x + 6x &= 4 + 36 && \text{(herrangskik)} \\ (8x - 4x + 6x) &= (4 + 36) && \text{(groepeer soortgelyke terme saam)} \\ 10x &= 40 && \text{(vereenvoudig gegroepeerde terme)} \\ \tfrac{10}{10}x &= \tfrac{40}{10} && \text{(deel weerskante deur 10)} \\ x &= 4 \end{aligned} \tag{10}$$

Step 4. Stel die oplossing in die oorspronklike vergelyking in:

$$\begin{aligned} 4(2(4) - 9) - 4(4) &= 4 - 6(4) \\ 4(8 - 9) - 16 &= 4 - 24 \\ 4(-1) - 16 &= -20 \\ -4 - 16 &= -20 \\ -20 &= -20 \end{aligned} \tag{11}$$

Aangesien beide kante gelyk is aan -20, is die antwoord korrek.
Step 5. Die oplossing van $4(2x - 9) - 4x = 4 - 6x$ is $x = 4$.

Solution to Exercise (p. 3)

Step 1. Ons word gegee $\frac{2-x}{3x+1} = 2$ en word gevra om op te los vir x.

Step 2. Aangesien daar 'n noemer van $(3x+1)$ is, kan ons begin deur weerskante van die vergelyking te vermenigvuldig met $(3x+1)$. Omdat deling met 0 ontoelaatbaar is, is daar 'n beperking op die waarde van x ($x \neq \frac{-1}{3}$).

Step 3.

$$\begin{aligned} \frac{2-x}{3x+1} &= 2 \\ (2-x) &= 2\,(3x+1) \\ 2-x &= 6x+2 && \text{(brei hakies uit)} \\ -x-6x &= 2-2 && \text{(herrangskik)} \\ -7x &= 0 && \text{(vereenvoudig gegroepeerde terme)} \\ x &= 0 \div (-7) \\ \therefore \quad x &= 0 && \text{(zero gedeel deur enige ander getal is 0)} \end{aligned} \tag{12}$$

Step 4. Stel die oplossing in die oorspronklike vergelyking in:

$$\begin{aligned} \frac{2-(0)}{3(0)+1} &= 2 \\ \frac{2}{1} &= 2 \end{aligned} \tag{13}$$

Aangesien weerskante gelyk is aan 2, is die antwoord korrek.

Step 5. Die oplossing van $\frac{2-x}{3x+1} = 2$ is $x = 0$.

Solution to Exercise (p. 3)

Step 1. Ons word gegee $\frac{4}{3}x - 6 = 7x + 2$ en word gevra om op te los vir x.

Step 2. Ons begin deur elk van die terme in die vergelyking te vermenigvuldig met 3, daarna soortelyke terme saam te groepeer en vervolgens te vereenvoudig.

Step 3.

$$\begin{aligned} \frac{4}{3}x - 6 &= 7x + 2 \\ 4x - 18 &= 21x + 6 && \text{(elke term word vermenigvuldig met 3)} \\ 4x - 21x &= 6 + 18 && \text{(herrangskik)} \\ -17x &= 24 && \text{(vereenvoudig gegroepeerde terme)} \\ \frac{-17}{-17}x &= \frac{24}{-17} && \text{(deel weerskante deur } -17) \\ x &= \frac{-24}{17} \end{aligned} \tag{14}$$

Step 4. Stel die oplossing in die oorspronklike vergelyking in:

$$\begin{aligned} \frac{4}{3} \times \frac{-24}{17} - 6 &= 7 \times \frac{-24}{17} + 2 \\ \frac{4\times(-8)}{(17)} - 6 &= \frac{7\times(-24)}{17} + 2 \\ \frac{(-32)}{17} - 6 &= \frac{-168}{17} + 2 \\ \frac{-32-102}{17} &= \frac{(-168)+34}{17} \\ \frac{-134}{17} &= \frac{-134}{17} \end{aligned} \tag{15}$$

Beide kante is gelyk aan $\frac{-134}{17}$, dus die oplossing is reg.

Step 5. Die oplossing van $\frac{4}{3}x - 6 = 7x + 2$ is, $\quad x = \frac{-24}{17}$.